

GÉP



A GÉPIPARI TUDOMÁNYOS EGYESÜLET MŰSZAKI FOLYÓIRATA

1989
AUGUSZTUS

●BUDAPEST●

281 — 320. OLDAL

XLI. ÉVFOLYAM

8

GÉP

A GÉPIPARI TUDOMÁNYOS EGYESÜLET MŰSZAKI FOLYÓIRATA

Felelős szerkesztő:

Dr. Lehofer Kornél

Szerkesztő:

Mucsi Ferenc

Szerkesztőbizottság:

Dr. Angyal Béla, Dr. Brenner András, Dr. Cselényi József, Dénes Miklós, Edelényi László,
Dr. Filemon Józsefné, Forró László, Dr. Győry József, Dr. Lettner Ferenc (elnök), Ráduly Endre,
Rendetzky János, Dr. Réti Pál, Szabó Ákos

Szerkesztőség: 1027 BUDAPEST, FŐ u. 68. TELEFON: 354-175
(Levélcím: 1371 Budapest, Postafiók: 433)

Kiadja: a Delta Szaklapkiadó és Műszaki Szolgáltató Leányvállalat
1093 Budapest, Közraktár u. 4. Telefon: 175-200

Felelős kiadó:

Budai Ferenc

igazgató

TARTALOM

Pénzes István: 40 éves a Gépipari Tudományos Egyesület	281
Dr. Terplán Zénó: A hazai gépészeti egyesületek története	281
Pénzes István: 150 éve született Pekár Imre	285
Dr. Jármai Károly: Gazdaságos profilos szendvicstartók méretezése	287
Zs. Révész—K. J. Schwahn: Viszkózus csillapítókat tartalmazó csővezeték rendszeranalízise	297
Dr. Kutty Ákos: Csőben ébredő képlekeny alakváltozások és feszültségek egyenletesen megoszó radiális hőterhelés hatására	302
Dr. Németh Viktor: Lekerekítést tartalmazó tengelyrész szakasz-mátrixa	305
Szalai János: Hulladékártalmatlanítás égetéssel	307
Bóday Ottó—dr. Krajcsovicz Ferenc—Pócsy Ferenc: Veszélyes, szerves vegyi hulladékok ártalmatlanítása plazmatechnika alkalmazásával	312
Dr. Brenner András: Szakértőrendszer hegesztett szerkezetek gyártásához	314
Tájékoztató	317, 318
Hírek	319

CONTENTS

Pénzes, István: 40 years jubilee of the Scientific Society of Mechanical Engineers (GTE)	281
Terplán Dr., Zénó: History of Professional Engineering Societies in Hungary	281
Pénzes, István: Imre Pekár	285
Jármai Dr., Károly: Stressing profiled sandwich beams with economic efficiency	287
Révész, Zs.—Schwahn, E. J.: Analysis of piping systems containing viscous dampers	297
Kutty Dr., Ákos: Plastic deformations and stresses developing in tubes upon the effect of uniformly distributed thermal loads	302
Németh Dr., Viktor: Section matrix of an axle part containing fillets	305
Szalai, János: Rendering waste innocuous through burning	307
Bóday, Ottó, et al.: Rendering innocuous of dangerous organic chemical wastes through plasma technique	312
Brenner Dr., András: Expert System for the fabrication of welded structures	314
Information	317, 318
News	319

INHALT

Pénzes István: 40 Jähring ist der Wissenschaftliche Verein für Maschinenbau (GTE)	281
Terplán Dr., Zénó: Geschichte der Fachvereine für Maschinenwesen in Ungarn	281
Pénzes, István: Imre Pekár	285
Jármai Dr., Károly: Dimensionierung von wirtschaftlichen profilierten Sandwich-Trägern	287
Révész, Zs.—Schwahn, K. J.: Analyse von viskose Dämpfer enthaltenden Rohrleitungssystemen	297
Kutty Dr., Ákos: In Rohren erweckte plastische Deformationen und Spannungen auf Einwirkung von sich gleichmässig verteilter thermischer Belastung	302
Németh Dr., Viktor: Streckenmatrix eines Rundung enthaltenden Achsentails	305
Szalai, János: Unschädlichmachen von Abfällen durch Verbrennung	307
Bóday, Ottó, et al.: Unschädlichmachen von gefährlichen organischen chemischen Abfällen mittels Plasmatechnik	312
Brenner Dr., András: Expert-System bei der Fertigung von geschweissten Konstruktionen	314
Information	317, 318
Nachrichten	319

СОДЕРЖАНИЕ

Пензеш Иштван: 40-летие Научного Общества по машиностроению	281
Д-р Терплан Зенё: История отечественных отраслевых машиностроительных обществ	281
Пензеш Иштван: Пекар Имре	285
Д-р Ярмаи Карой: Расчет экономичных профильных сленных тавров	287
Ж. Ревеш—К. Е. Шван: Анализ трубопроводной системы, содержащей вязкие амортизаторы	297
Д-р Кутти Акои: Равномерно распределение возникающих в трубе пластических деформаций и напряжений под влиянием теплового нагружения	302
Д-р Немет Виктор: Диапазонная матрикса на участок вала, содержащего закругление	305
Салаи Янош: Обезвреживание отходов сжиганием	307
Бодаи Отто—д-р Крайчович Ференц—Почи Ференц: Обезвреживание опасных, химико-органических отходов применением плазменной техники	312
Д-р Бреннер Андран: Экспертная система для изготовления сварных конструкций	314
Информация	317, 318
Новости	319

Gazdaságos profilos szendvicstartók méretezése

DR. J Á R M A I K Á R O L Y*

A cikk ismerteti a kis tömeg mellett jelentős hajlítási merevségű és rezgéscsillapítási tényezőjű profilos szendvicstartók statikus és dinamikai vizsgálatait, valamint az erre alapozva kidolgozott gazdaságos szerkezetméretezést, amelyet az interaktív döntésségi programrendszer felhasználásával végeztek négy célfüggvény és 14 méretezési feltétel mellett.

A kis tömegű, vékonylemezes szerkezetek elterjedésével fokozott igény merült fel a rezgés- és zajcsillapítás iránt. A megoldások egyik fő területe a szendvicsszerkezetek (tartók, lemezek, héjak) alkalmazása. Ha a rezgéscsillapító képesség mellett megfelelő statikus merevséget is elvárunk, akkor profilos szendvicstartók alkalmazása célszerű.

A szendvicstartó háromrétegű, két profilos fém fedőrétegből (héj) és a közéjük ragasztott vagy expandált csillapítóanyagból (maganyag) áll.

Szendvicsszerkezeteket először repülőgépekhez alkalmaztak. Majd elterjedt a gépiparban és az építőiparban is.

A modellalkotás szempontjából a *Kerwin, Ungar és Mead, Markus* által kidolgozott elméleti alapok meghatározók.

A szendvicsszerkezetekre kidolgozott *Kerwin*-féle elméletben:

- a mag merevsége a héjhoz képest kicsi,
- a mag csillapítási tényezője kicsi,
- a mag szélessége kicsi az egész tartóhoz viszonyítva,
- a hajlítási hullámhossz a rétegvastagsághoz képest nagy,
- a csillapítóhatás a nyírási mechanizmuson alapul.

A probléma megfogalmazása: háromrétegű, profilos fém fedőréteggel és viszkoelasztikus magréteggel ellátott szendvicstartók gazdaságos méretezésének kidolgozása, különös tekintettel a tartó jó rezgéscsillapítására.

A cél meghatározása

A szendvicstartókra szükség van a rezgéscsillapítás, a zajcsökkentés és a kis tömeg szempontjából. Azonban a relatíve drága szerkezeteknél felértékelődik a költségcsökkentés szerepe, amely révén versenyképesebbé válhatnak.

A célfüggvények a következők:

a) Az alumíniumprofilok térfogata

$$f_1(x) = (A_1 + A_3) \cdot L \quad (\text{mm}^3)$$

ahol

$$A_1 = 2h_1t + 2bt = A_3$$

L a tartó hossza.

b) A magréteg térfogata

$$f_2(x) = Lbh_2 \quad (\text{mm}^3)$$

Mivel homogén rétegekről van szó, ezért a térfogat-, tömeg- és költségminimum megegyezik.

* Nehézipari Műszaki Egyetem Szállítóberendezések Tanszéke

c) Ragasztási (expandálási) felület

$$f_3(x) = 2Lb \quad (\text{mm}^2)$$

d) A szendvicstartó összköltsége

$$f_4(x) = k_{AL}f_1(x) + k_m f_2(x) + k_{ra} f_3(x) \quad (\text{Ft})$$

ahol a fajlagos költségek

$$k_{AL} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Ft/mm}^3; k_m = 1 \cdot 10^{-4} \text{ Ft/mm}^3$$

$$k_{ra} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Ft/mm}^2$$

A gazdaságos szerkezetméretezést szimmetrikus szendvicstartókra végeztük el.

Modellalkotás

A *Kerwin*- és az *Ungar*-féle modellt használjuk az *Allen* és *Markus*-féle kiegészítésekkel.

Analízisfázis

Profilos szendvicstartók statikus vizsgálata

A vizsgált maganyagok a következők:

jel típus	sűrűség (kg/mm ³)	h_2 (mm)
A rezgéscsillapító gumi- szalag	1,25	5
B szigetelő gumiszalag	1,05	20

Korábbi vizsgálataink azt mutatták, hogy az általunk megvizsgált — kemény PVC, szuperkemény PVC, poliizocianát, különböző PUR — műanyaghabokhoz képest a gumilemezek rezgéscsillapítása jobb. Hátrányuk, hogy a műanyaghabokhoz képest nehezebbek és jobban melegszelnek dinamikus igénybevétel esetén.

A vizsgált szendvicstartók geometriai adatait az 1. táblázat mutatja.

Profilos szendvicstartók statikus lehajlásának és feszültségeinek számítása és mérése

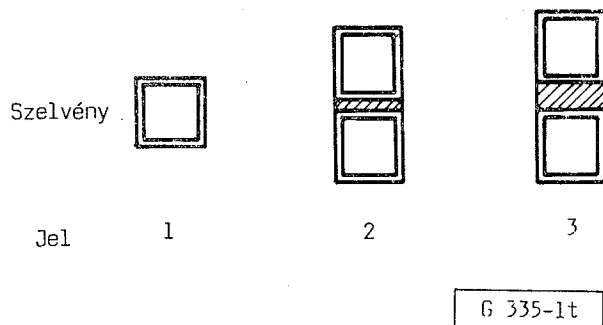
A tartókat két végükön támasztottuk alá a 2. ábrán látható módon. A próbatesteket hajlítogerendával felszerelt szakítógépen vizsgáltuk.

Csillapítóréteg nélküli, két végén csuklósan megtámasztott tartóknál a lehajlást a *Betti*-tétellel határoztuk meg.

A lehajlás és a feszültség számított és mért értékei jó egyezést mutatnak egy bizonyos feszültségig. Kb. 110 MPa maximális feszültségtől a vizsgált Al-tartó nem lineárisan viselkedik, egyre jobban meghaladja a mért lehajlás a számítottat, illetve a mért feszültség a számított alatt van.

1. táblázat

Szelvény jele	1	2	3
Felső profil, mm	40×40×2	40×40×2	40×40×2
Alsó profil, mm	—	40×40×2	40×40×2
$B_{f1} \cdot 10^{-10}, \text{Nmm}^2$	—	1,1145	1,1145
$B_f \cdot 10^{-10}, \text{Nmm}^2$	0,5572	3,2691	5,1465
$B_{t2} \cdot 10^{-5}, \text{Nmm}^2$	—	38,313	8,215
h_2, mm	—	5	20
mag jele	—	A	B
L, mm	1500	1500	1500



1. ábra. A profilos szendvicstartó keresztmetszete

Profilos szendvicstartók statikus hajlítási elmélete

A csillapítóréteggel ellátott, két végén szabadon felfekvő tartóknál a lehajlást és a feszültségeket Allen [2] képleteivel határozhatjuk meg.

A szendvicstartó hajlítási merevsége: $B_f = B_{f1} +$

B_{f2}
ahol

B_{f1} a két Al-rúd hajlítási merevsége:

$$B_{f1} = B_1 + B_3 = 2E_1 I_1$$

$$I_1 = \frac{2t(h_1 - 2t)^3}{12} + 2bt\left(\frac{h_1}{2}\right)^2 + \frac{2bt^3}{12}$$

A Steiner-tagból adódó hajlítási merevség:

$$B_{f2} = E_1(A_1 y_1^2 + A_3 y_3^2) = 2E_1 A_1 y_1^2$$

ahol

$$y_1 = y_3 = \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2};$$

$$A_1 = A_3 = 2bt + 2h_1 t;$$

$$B_{t2} = 2E_1 h_1 t (h_1 + h_2)^2$$

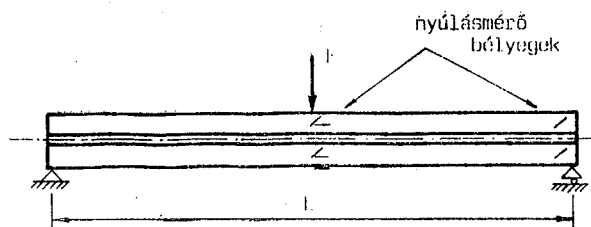
A maganyag nyírési merevsége:

$$B_{t2} = G_s \frac{bH_{13}}{h_2} = G_s \frac{b}{h_2} (h_1 + h_2)^2.$$

Ezen jellemzők ismeretében már számíthatók a lehajlás- és feszültségértékek.

Az Allen-elmélet a következő megfontolásokból indul ki:

- A mag hajlítási merevsége elhanyagolható, vagyis a magban hajlításból kis feszültség keletkezik. Ebből következik, hogy a magban a nyírófeszültség közel állandó.
- A mag keresztirányban elég merev ahhoz, hogy a fedőrétegeket állandó távolságban tartsa egymástól, így a szendvicstartó keresztirányú elmozdulását egyetlen w lehajlás jellemzi.



2. ábra. A szendvicstartó statikus mérése

A vékony fedőrétegű szendvicstartóknál a lehajlást a hajlításból és a nyírásból származó összetevőkre szokás bontani. A merev fedőrétegű szendvicseknél általánosabban kell fogalmazni. A 3. ábra szerint az elsődleges w_1 elmozdulások úgy jönnek létre, hogy a teljes keresztmetszet hajlítási merevségével (B_f) számolunk.

A másodlagos w_2 elmozdulások a 3. ábra szerint úgy jönnek létre, hogy a fedőrétegek csak függőlegesen mozdulnak el. A fedőrétegek keresztmetszetei síkok maradnak és ezek merőlegesek a tartó hossz tengelyére. A szögelfordulást w_2' a két fedőrétegre működő másodlagos hajlítónyomatékok okozzák, az egyes fedőrétegek a saját hajlítási merevségükkel veendő figyelembe. A mag nyírás alakváltozása miatt torzul el az eredeti $a-g$ egyenes. A teljes lehajlást az elsődleges és másodlagos lehajlások összege adja. A feladat megoldása, ha a kéttámaszú tartóra a közepén koncentrált F_1 erő hat (4. ábra).

$$w_{\max} = \frac{F_1 L^3}{48 B_f} + \frac{F_1 L}{4 B_{t2}} \left(1 - \frac{B_{f1}}{B_f}\right)^2 S_1. \quad (1)$$

Legnagyobb a lehajlás a tartó közepén.

A magban a legnagyobb nyírófeszültség a tartó szélén ébred, melynek kifejezése a következő:

$$\tau_{2 \max} = -\frac{F_1}{2b(h_1 + h_2)} \left(1 - \frac{B_{f1}}{B_f}\right) S_2. \quad (2)$$

A legnagyobb normál feszültség a hajlításból a tartó közepén, a héj szélső szálában ébred:

$$\sigma_{\max} = B_1 \frac{F_1 L}{4} \left[\left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) \frac{S_3}{B_f} + \frac{h_1}{2} \frac{1 - S_3}{B_{f1}} \right] \quad (3)$$

A képletekben szereplő paraméterek a következők:

$$S_1 = 1 - \frac{\text{sh} Q + \beta_1 (1 - \text{ch} Q)}{Q};$$

$$S_2 = 1 - \sqrt{1 - \beta_1^2};$$

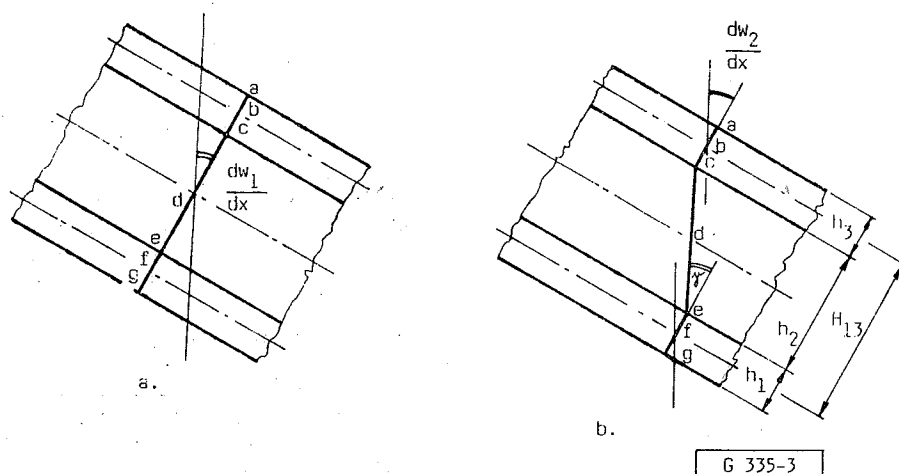
$$S_3 = 1 - \frac{\beta_1}{Q};$$

$$Q = \frac{1}{2} \frac{B_{f1}}{L^2 B_{t2}} - \left(1 - \frac{B_{f1}}{B_f}\right)^2$$

$$a^2 = \frac{B_f B_{t2}}{B_{f1} (B_f - B_{f1})};$$

$$\Phi = a L_c$$

$$\beta_1 = \frac{\text{sh} Q - (1 - \text{ch} Q) \text{th} \Phi}{\text{sh} Q \text{th} \Phi + \text{ch} Q}$$



3. ábra. Elsődleges és másodlagos alakváltozások szendvicstartók esetében

Egyenletesen megoszló p terhelés esetén a következőképeket kapjuk:

$$w_{\max} = \frac{5}{384} \frac{pL^4}{B_f} + \frac{pL^2}{8B_{f2}} \left(1 - \frac{B_{f1}}{B_f}\right)^2 S_4 \quad (4)$$

$$\tau_{\max} = \frac{pL}{2b(h_1 + h_2)} \left(1 - \frac{B_{f1}}{B_f}\right) S_5 \quad (5)$$

$$\sigma_{\max} = E_1 \frac{pL^2}{8} \left[\left(h_1 + \frac{h^2}{2}\right) \frac{S_6}{B_f} + \frac{h_1}{2} \frac{1 - S_6}{B_{f1}} \right] \quad (6)$$

ahol

$$S_4 = 1 + \frac{2\beta_2}{Q} (1 - \text{ch } Q);$$

$$S_5 = \frac{2x_1}{L} - \beta_2 \text{sh}(ax_1)$$

$$S_6 = 1 - \frac{2}{Q^3} (1 - \beta_2 Q);$$

$$\beta = \frac{1/Q + \text{th } \Phi}{\text{ch } Q + \text{sh } Q \text{th } \Phi}$$

Q , a és Φ értéke a korábbival megegyezik.

Grosskopf és Winkler [3] továbbfejlesztette Allen elméletét és megoldotta a feladatot a tartóra ható két koncentrált erő esetére (4. ábra), illetve rugalmas ágyazásra. A feladat megoldása két koncentráltan ható F_3 erő esetén a következő:

$$w_{\max} = \frac{F_3 L_A^2 L_B}{2B_f} + \frac{F_3}{B_{f1}} \left(1 - \frac{B_{f1}}{B_f}\right) S_7 \quad (7)$$

$$\tau_{2 \max} = \frac{F_3}{2b(h_1 + h_2)} \left(1 - \frac{B_{f1}}{B_f}\right) S_8 \quad (8)$$

$$\sigma_{\max} = F_3 L_B E_1 \left[\left(h_1 + \frac{h_2}{2}\right) \frac{S_9}{B_f} + \frac{h_1}{2} \frac{1 - S_9}{B_{f1}} \right] \quad (9)$$

ahol

$$S_7 = \frac{\beta_3}{a^3} (1 - \text{ch } aL_A);$$

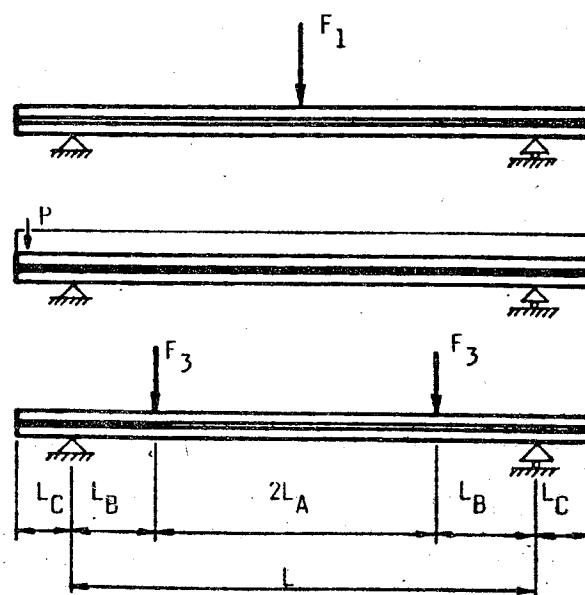
$$S_8 = \frac{\beta_3}{a} \text{sh } aL_A$$

$$S_9 = 1 + \frac{\beta_3^3}{aL_B} \text{ch } aL_A;$$

$$\beta_3 = \frac{\text{sh } aL_C - \text{sh } a(L_B + L_C)}{\text{ch } a(L_A + L_B + L_C)}$$

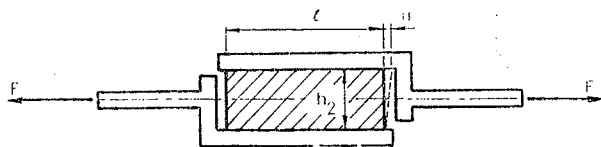
Q , a , Φ értékei a korábbiakkal megegyeznek.

Az Allen által kidolgozott statikus hajlítási elméletben szerepelnek a maganyagok statikus csúsztató rugalmassági modulusza G_s értékei. Meghatározására a Jones és Parin [4] által ismerttetett módszert alkalmaztuk. Az 5. ábrán látható szerkezettel végeztük a kísérletet. A próbatestet szakítógépbe helyeztük és az erő fokozatos növelésével egyidejűleg mértük a maganyag elmozdulását. A két erő hatásvonala egy egyenesbe



G 335-4

4. ábra. Szendvicstartók különféle terhelési típusai



G 335-5

5. ábra. Statikus nyírási rugalmassági modulusz mérése a maganyagon

esik, így tiszta nyírás lép fel a gumiban, hajlítás nincs.

Az átlagos nyírófeszültség értéke:

$$\tau_2 = \frac{F}{bl} = G_S \gamma \quad (10)$$

ahol

a gumi szélessége $b = 40$ (mm)
a gumi hosszúsága $l = 100$ (mm)

$$\gamma = \frac{u}{h_2} \text{ szögelfordulás}$$

A statikus csúsztató rugalmassági modulusz értéke:

$$G_S = \frac{F}{u} \frac{h_2}{bl} \quad (11)$$

$\frac{F}{u}$ a rugalmassági határig állandó,

G_S mért értékei a két vizsgált guminál:

A jelű $G_S = 2,365$ MPa,

B jelű $G_S = 1,141$ MPa.

A 2. jelű tartónál a lehajlás és a feszültségek számított és mért értékei a 2. táblázat mutatja.

A profilos héjban a nyírófeszültségek meghatározását úgy végeztük, hogy 45°-os és vízszintes bélyegeket ragasztottunk fel és számítottuk a főfeszültségi irányokhoz tartozó fajlagos nyúlásokat és megszerkesztettük az alakváltozási Mohr-kört.

Vizsgálataink azt mutatják, hogy az ismertett elméleti megfontolások és számítási képletek helyesen írják le a profilos szendvicstartók statikus viselkedését.

Profilos szendvicstartók dinamikai vizsgálata

Homogén négyzetcső-tartó, valamint profilos szendvicstartók sajátfrekvenciájának számítása és mérése

A homogén tartók sajátfrekvenciáit kontinuumok hajlítólengése alapján számíthatjuk. Ludvig [5] részletesen tárgyalja a különféle határfeltételű homogén tartók hajlítólengését, sajátfrekvenciájának számítását. A levezetést mellőzve f_n számítási képlete két végén szabad, közepén gerjesztett tartóra a következő:

$$f_n = (k_n L)^2 \frac{1}{L^2} \sqrt{\frac{IE}{A \rho}}$$

$$(k_1 L)^2 = 3,516; (k_2 L)^2 = 22,034;$$

$$(k_3 L)^2 = 61,701; (k_4 L)^2 = 120,91;$$

$$k_n L = \frac{2}{4} (2n-1)^2 \text{ ha } n > 4.$$

Markus és Valáskova [6] a sajátértékekre és X , Y különböző értékeire adja meg a diagramokkal az első öt sajátfrekvenciát a szendvicsszerkezetnél. A modelleket mi úgy tekintjük, mint két, egyik végén befogott, másik végén szabad tartót. Ezt indokolja a rezgetőasztalra történő felfogás módja.

Markus különböző X és Y értékpárok mellett meghatározta λ_n^4 ($n=1, \dots, 5$) értékeit, amelyek a 6. ábrán láthatók.

A sajátértékek meghatározása után a sajátfrekvenciák kiszámítása a következő módon történik:

$$\lambda_n^4 = \frac{m L^4}{B_f} f_n^2$$

ahol

m a tartó fajlagos tömege,

B_f a tartó hajlítási merevsége.

A nyírási paraméter X és a geometriai paraméter Y kiszámításánál Markus, mivel vékony héjjal ellátott tartót vizsgált, az Ungar-féle erre vonatkozó képleteket alkalmazta. Mivel mi profilos tartókat vizsgálunk, ezért eltérő képleteket alkalmaztunk X és Y számítására. A frekvenciaszámítás a 2. jelű tartóra:

$$2m = 2,592 + 0,375 = 2,967 \text{ kg}$$

$$B_f = 3,2691 \cdot 10^{10} \text{ Nmm}^2$$

$$L = 745 \text{ mm}$$

A nyírási paraméter értéke Yin, Kelly, Barry [7]

alapján

$$X = \frac{G_{ab}}{h_2} \left(\frac{CL}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{Et(h_1+b)} = 0,404$$

ahol

$C = 1,1$ az első sajátfrekvenciánál,

$C = 0,74; 0,53; 0,43$ a következő sajátfrekvenciák-

nál [7] alapján

$$Y = \frac{(h_1+h_2)^2(b+h_1)}{3} = 1,898$$

$$\left(\frac{h_1^3}{3} + b h_1^2 \right)$$

$$\lambda_n^4 = \frac{m \cdot 10^{-2} L^4}{B_f} \omega_n^2$$

A 2. jelű tartó mért és számított lehajlás- és feszültségértékei

P, N	w _m , mm	w _{s2} , mm	σ _m , MPa	σ _{s2} , MPa	τ ₂ , MPa	τ _{hs2} , MPa	τ _{hm} , MPa
350	11	14,2	14,36	14,44	0,04	0,59	0,58
613	22	24,9	23,78	25,27	0,07	1,03	0,98
924	38	37,7	35,90	38,11	0,11	1,56	1,15
1 177	49	47,9	47,56	48,50	0,14	1,99	1,92
1 429	65	58,3	54,74	58,89	0,17	2,42	2,39
1 656	72	67,6	64,61	68,29	0,19	2,83	2,79
1 888	84	77,0	74,49	77,92	0,22	3,21	3,29
2 134	94	87,0	83,46	87,97	0,25	3,65	3,71
2 365	105	96,4	94,23	97,48	0,28	4,02	4,36
2 609	115	106,4	100,51	107,57	0,31	4,43	4,52
2 839	125	115,8	109,49	117,06	0,33	4,82	4,99

A 6. ábráról leolvasott sajátértékek nagysága:

	f _{szám} (Hz)	f _{mért} (Hz)
λ ₁ ⁴ = 17	110,3	105
λ ₂ ⁴ = 410	541,6	515
λ ₃ ⁴ = 3 900	1670,3	1735
λ ₄ ⁴ = 11 500	2867,5	2680
λ ₅ ⁴ = 33 000	4858,6	4955

A Brüel-Kjaer rezgésmérő műszerekkel a sajátfrekvenciák mérése viszonylag könnyű, mivel a 7. ábrán látható kapcsolásban a rezgőasztallal megrezgetve a szerkezetet, a frekvenciát 10 és 10 000 Hz között változtatva a szintíró által kiírt diagramból leolvashatók a sajátfrekvenciák értékei. A 3. táblázat mutatja a 2. próbatest mért és számított sajátfrekvenciáit.

A maganyag dinamikus jellemzőinek meghatározása

A két anyagjellemzőt (G_d , β) Jones és Parin [4] módszerével határozhatjuk meg. A dinamikus csúsztató rugalmassági modulus (G_d) és a rezgés-csillapítási tényezője (β) értékei függenek a frekvenciától és az igénybevételtől. G_d értéke több nagyságrenddel is eltérhet G_s -től.

A 8. ábrán látható a kísérleti berendezés. A készüléket a rezgőfejre erősítjük és mérjük a gyorsulást a P -vel és a Q -val jelölt pontokban. A gyorsulások ismeretében meghatározható G_d és β értéke, ha a mérést rezonanciafrekvencián végezzük el. A nyíróerőt az M koncentrált tömeg biztosítja. A gumi tömege gyakorlatilag elhanyagolható.

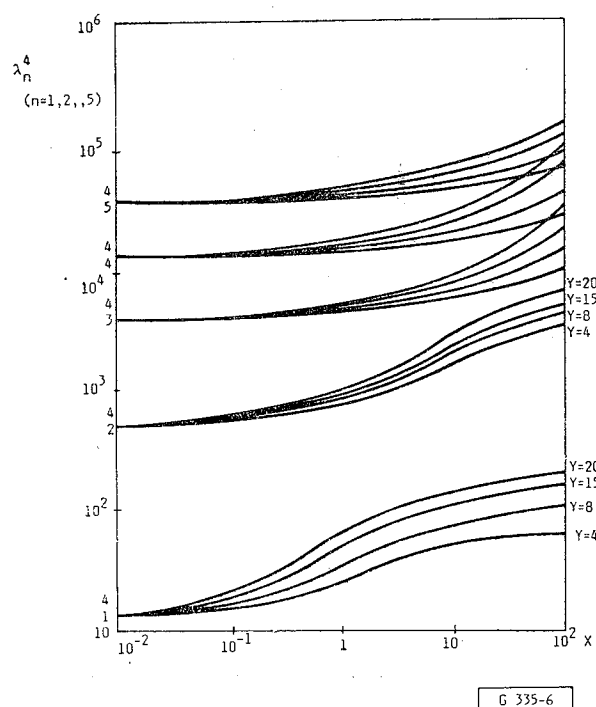
A csillapítási tényező a következő képlettel számítható:

$$\beta = (T_0^2 - 1)^{-\frac{1}{2}}$$

ahol

$$T_0 = \frac{a_p}{a_Q} = \frac{\ddot{x}_p}{\ddot{x}_Q}$$

az átvételi tényező



6. ábra. Sajátértékek meghatározása a geometriai és nyírási paraméter ismeretében

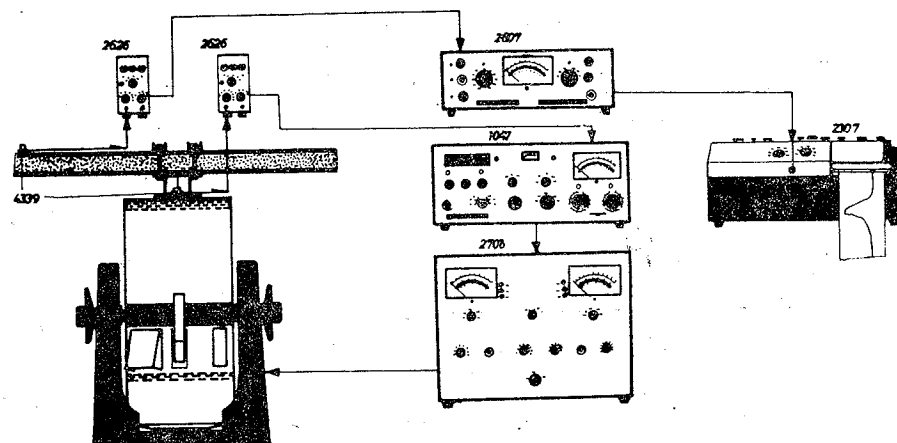
A dinamikus csúsztató rugalmassági modulus:

$$G_d = \frac{M\omega_0^2}{2b} \quad (12)$$

ahol

b a maganyag szélessége.

A vizsgált maganyagokra vonatkozó méréseket különböző gerjesztő gyorsulások mellett kell elvégezni úgy, hogy az eredmény a szerkezet első sajátfrekvenciája közelébe essen. Viszonylag nagy mindkét gumi β értéke, 0,2 körül adódott. Az A jelű mag viszont jóval merevebb (G_d nagy) ami szintén fontos szerepet játszik a profilos szendvics-tartó rezgés-csillapításában.



7. ábra. A Brüel-Kjaer rezgésmérő műszerek kapcsolási vázlata

3. táblázat
A 2. jelű tartó mért és számított sajátfrekvenciái

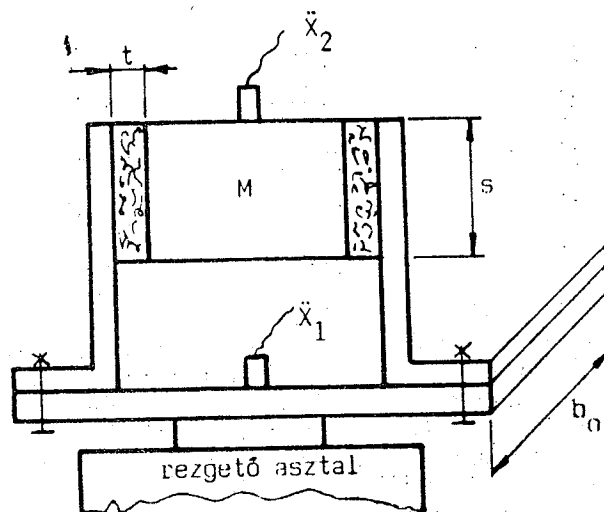
$B_f = 3,6907466 \cdot 10^{10} \text{ Nmm}^2$ $m = 2,592 + 0,375 = 2,967 \text{ kg}, m^* = m/2$ $L = 1500 \text{ mm}, L^* = 745 \text{ mm}$			$\eta_m \cdot 10^{-2}$
f_1	m	110	6,18
	sz	110,3	
f_2	m	515	3,88
	sz	541,6	
f_3	m	1735	5,48
	sz	1670,3	
f_4	m	2680	1,87
	sz	2867,5	
f_5	m	4955	1,62
	sz	4858,6	

$G_d = 8,00 \text{ MPa}$
 $X = 0,40471$
 $Y = 1,8984$

Szendvicstartók csillapítási tényezőjének meghatározása méréssel és számítással

A Brüel-Kjaer rezgésmérő műszerekkel a 7. ábrának megfelelő összekapcsolásban mértük az egyes tartók csillapítási tényezőjét a félteljesítményhez tartozó frekvenciasáv szélesség módszerével Oberst [8] alapján.

Állandó nagyságú gerjesztés mellett a frekvenciát változtatva felvesszük a profilos tartó rezonanciagörbét (9. ábra). Ezt a Brüel szintirő közvetlenül kirajzolja. Azok között a gyorsulásértékek között mérjük a sáv szélesség Δf értékét, amelyek létrehozásához az adott tartónál a maximális gyorsulás létrehozásához szükséges teljesítmény fele kell.



8. ábra. A magréteg dinamikus jellemzőinek mérése

$$\eta = \frac{\Delta f}{f_0};$$

f_0 a rezonanciafrekvencia értéke,

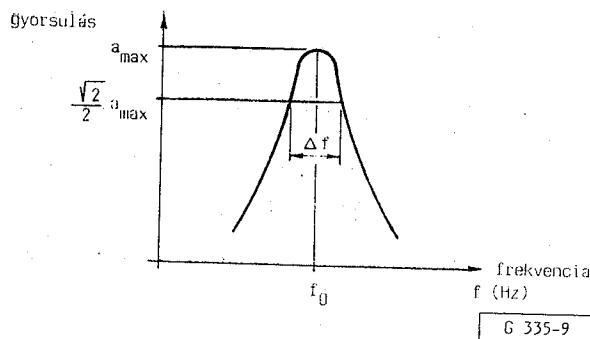
η a profilos tartó csillapítási tényezője.

Mivel a Brüel-Kjaer szintirő logaritmikus léptékű, ezért a rezonanciagörbén a csúctól lemérve 3 db-t kapjuk Δf értékét.

Az η értéke függ az igénybevétel nagyságától és a sajátfrekvencia értékétől. Az η értéke bár különböző az egyes sajátfrekvenciákon, a két héj közé ragasztott maganyag minden sajátfrekvencián jelentős csillapítást eredményez a tartón, ami a folytonos csillapítóanyagok fő előnye.

A csillapítási tényező értékét számítással [7] alapján határoztuk meg.

Ungar a vékonylemez szendvicstartók csillapítási tényezőjének számítására képletet vezetett le a szerkezet húzó-, hajlító- és csavaróenergiáinak kifejezésével.



9. ábra. A tartó rezonanciagörbéje

$$\eta = \frac{\beta XY}{1 + (2 + Y)X + (1 + Y)(1 + \beta^2)X^2} \quad (13)$$

ahol

X a nyírási paraméter,

Y a geometriai paraméter,

$$X = \frac{G_d}{r_k^2 h^2} \left(\frac{1}{E_1 h_1} + \frac{1}{E_3 h_3} \right) \quad (14)$$

ahol

$$r_k = \frac{2\pi}{CL}$$

$$Y = \frac{H_{13}^2 E_1 h_1 E_3 h_3}{(B_1 + B_3)(E_1 h_1 + E_3 h_3)} \quad (15)$$

ahol

$$H_{13} = h_1 + h_2; B_1 = I_1 E_1; B_3 = I_3 E_3.$$

Ezek a képletek profilos héjjal ellátott szendvicstartók esetében nem adtak megfelelő eredményt. Megfelelőnek bizonyultak az *Ungar* által levezetett és *Yin* által alkalmazott képletek, ahol η kifejezése az előbbivel megegyezik, de X és Y számítása eltérő módon történik:

$$X = \frac{G_d b}{h_2} \frac{1}{r_k^2} \left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_3} \right)$$

ahol

$$K_1 = E_1 A_1; K_3 = B_3 A_3;$$

$$r_k = \frac{2\pi}{CL}.$$

Két végén szabad tartónál C értéke az első négy sajátfrekvencián a következő:

$$1,1; 0,74; 0,53; 0,43;$$

$$Y = \frac{H_{13}^2}{(B_1 + B_3) \left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_3} \right)}$$

ahol

$$B_1 = I_1 E_1; B_3 = I_3 E_3; H_{13} = h_1 + h_2.$$

A 13. képletben összetartozó η - β értékpárokkal kell számolni, vagyis azonos kell legyen a profilos rezgetéskor a maganyagban ébredő feszültség, illetve a *Jones*-féle rezgetőkészülékénél az anyagban ébredő feszültség.

Példaként nézzük meg a számítás menetét a 2. jelű próbatestre.

$$h_1 = h_3 = 40 \text{ mm}; b = 40 \text{ mm}; L = 1500 \text{ mm};$$

$$E_1 = 7 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2; t = 2 \text{ mm}$$

$$X = \frac{(h_1 + h_2)^2 (b + h_1)}{r_k^2} = 1,89.$$

$$\left(\frac{h_1^3}{3} + b h_1^2 \right)$$

Az $a = 7g$ gerjesztőgyorsulás esetén a maganyagban, a korábbi számítások szerint, $\tau_2 = 0,23 \text{ MPa}$ feszültség ébred.

Az $a = 1g$ volt a legkisebb gerjesztőgyorsulás a 2. jelű tartónál. Ekkor $\tau_2 = 0,057 \text{ MPa}$ volt.

Sajnos a *Jones*-féle rezgetőkészülékkel a lehetőségek nem engedték meg, hogy ekkora igénybevételt biztosítsunk. Mivel azonban tudjuk, hogy β értéke a feszültséggel exponenciálisan növekszik, ezért a meglévő mérési eredmények ismeretében következtetni tudunk β értékére a nagyobb igénybevétel esetére.

$G_d = 7 \cdot 10^4 \text{ MPa}$; $\beta = 0,18$ értékeket vesszük fel, ekkor

$$X = 0,345$$

$$Y = 1,898$$

$$\eta = \frac{\beta XY}{1 + X(2 + Y) + X^2(1 + Y)(1 + \beta^2)},$$

$$\eta_{sz} = \frac{0,1179}{1 + 1,3456 + 0,3564} = 0,04363$$

$$\eta_m | = 0,04369$$

|1g

Látható, hogy a számított és a mért csillapítási tényező értékek jó egyezést mutatnak.

Szintézis fázis

Az analízis részben ismertetett és kísérleti vizsgálatokkal igazolt számítási összefüggések alkalmasak arra, hogy a felhasználásukkal kialakított méretezési feltételrendszert összekapcsolhassuk a célfüggvényekkel és elvégezhessük az optimalizálást. Az általam végzett optimalizálás annyiban különbözik *Allen* [10] és *Markus, Oravsky, Simková* [11] vizsgálataitól, hogy mind a statikus, mind a dinamikai viselkedés szerepel a feltételekben, a cél pedig a minimális költségű, illetve tömegű tartó.

A méretezési feltételek sorrendben a következők

1) Hajlításból a héjban ébredő normál feszültség korlátozási feltétel (3., 6., 9.) alapján

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_m = \frac{\sigma_F}{n_\sigma} = 80 \text{ MPa}$$

Al-tartók esetében a biztonsági tényező értéke $n_\sigma = 1,8$.

2) Nyírásból a magban ébredő nyírófeszültség korlátozási feltétel (2., 5., 8.) alapján

$$\tau_2 \max \leq \tau_2 m = \frac{\tau_B}{n_\tau}. \quad (16)$$

A nyírószilárdságot mértük az egyes maganyagokra statikus nyíróvizsgálattal. A biztonsági tényező $n_\tau = 3$.

3) Lehajláskorlátozási feltétel (1., 4., 7.) alapján

$$w_{\max} \leq w_m = c_m \cdot L.$$

A gépiparban c_w használatos értéke $\frac{1}{500} \dots \frac{1}{1000}$,
a magasépítésben $\frac{1}{200} \dots \frac{1}{300}$. A kettő közötti
értéket véve: $c_m = \frac{1}{400}$.

4) Rezgéscsillapítási feltétel Y_{in} képletei (13.,
14., 15.) alapján

$$\eta = c_{\eta} \beta$$

$$c_{\eta} = 0,08.$$

A tartó csillapítása a mag csillapításának legalább
12-ed része legyen.

5—6) Horpadási feltételek. A gerinc- és övhorpa-
dás elkerüléséhez szükséges, hogy

$$\delta_{min1} \leq \delta_1 = \frac{t}{h_1},$$

illetve

$$\delta_{min2} \leq \delta_2 = \frac{t}{b}.$$

Hegesztett acélszerkezetnél, ha a feszültségre ki-
van használva, a gerincnél Frieze [9] szerint
 $\delta_{min1} = \frac{1}{30}$, mivel egyenletes nyomást tételeztünk
fel a szelvényben. Nem hegesztett acélszerkezetnél

$\delta_{min1} = \frac{1}{40}$ a gerincnél, $\delta_{min2} = \frac{1}{30}$ az övnél. A
horpadási tényező más rugalmassági modulusú
anyagnál a feszültségek ismeretében a következő
összefüggéssel számítható:

$$\frac{1}{\delta(E, \sigma)} = \frac{1}{\sigma_{min}} \sqrt{\frac{E_{ac}}{E_{a1}} \frac{\sigma_{max}}{\sigma_m}}.$$

Alumínium esetén:

$$\frac{1}{\delta} = \frac{1}{\delta_{min}} \sqrt{3 \frac{\sigma_{max}}{\delta_m}}$$

Az alumíniumtartó horpadásra megfelel hegesztés
nélkül, ha

$$\delta_{min} = \frac{1}{20} \dots \frac{1}{30}$$

$$\delta_{min1} = \frac{1}{30} \text{ értéket vettük fel a gerincnél}$$

$$\delta_{min2} = \frac{1}{20} \text{ értéket vettük fel az övnél.}$$

7)—14) Méretkorlátozási feltételek. Az optimálni
kívánt tartó változó méreteinek: héjprofil magas-
ság, vastagság, profilszélesség, maganyagvastag-
ság megadása, illetve más méreteinek korlátozása
előtt fontos a gyakorlati felhasználás lehetőségét
tisztázni. Mivel a korábbi statikus és dinamikus
vizsgálatok azt mutatják, hogy ezen profilos
héjú, jól csillapító gumimagú tartó amellet, hogy
nagy hajlítási merevségű, jelentős rezgéscsillapítá-
si képességű is. Ezért olyan helyen célszerű alkal-
mazni, ahol a két tulajdonsága egyaránt fontos.
Például célszerű alkalmazni szalaghidakhoz sza-
lagtartó vázak vázartóiként, járműalvázakhoz
merevítő tartóként (az AUTOKUT-ban kísérletez-

tek a különféle lemezek szendvicselemezzel helyet-
tesítésével).

Ezek alapján az $L=1500$ mm-es hossz a gya-
korlat szempontjából megfelelő, de az igényeknek
megfelelően a programban L értéke változtat-
ható.

A héjprofil $x(1)$ magasságát korlátozó feltétel

$$h_{1min} \leq h_1 \leq h_{1max}$$

$L=1500$ mm esetén reális érték h_1 -re a $20+80$
(mm)

Kisebb szelvényű tartóval a lehajlás túl nagy
lenne, nagyobb szelvényű tartó ilyen feszítávia
irreális és nagy költségű.

Falvastagság $x(2)$ korlátozása:

$$t_{min} \leq t \leq t_{max}$$

A h_1 és b értékei mellett t értékei a horpadási
feltételek figyelembevételével: $2+8$ (mm).

A tartó szélességének $x(3)$ korlátozása:

$$b_{min} \leq b \leq b_{max}$$

A h_1 méretválasztéka esetén reális érték b -re
 $20+80$ (mm).

Magvastagság $x(4)$ korlátozási feltétel:

$$h_{2min} \leq h_2 \leq h_{2max}$$

Az Al-tartók ilyen szelvényméretei mellet
magvastagság gyakorlatilag megvalósítható és a
csillapítási feltételt figyelembe vevő reális méretei
 $5+30$ (mm) között lehetnek.

Az interaktív döntésszámító programrendszer-
ben ezen feladat megoldásakor a változók száma 4,
a feltételek száma 14, a célfüggvények száma 4.

A tartó kéttámaszú, a koncentrált erő közepén
 $7 \cdot 10^4$ N, szimmetrikusan a támaszoktól 500 m
távolságra 600 N erők hatnak, illetve egyenletesen
megoszló terhelés adódik az önsúlyból. Az „A”
jelű maganyagot alkalmazva a jellemzői:

$G_s = 2,635$ MPa	11. alapján,
$G_a = 8,5$ MPa	12. alapján,
$\tau_{2m} = 2,2$ MPa	10., 16. alapján.

A programfuttatás összefoglaló eredményeit a 4.
táblázat adja meg a komplex algoritmus alkalma-
zásával.

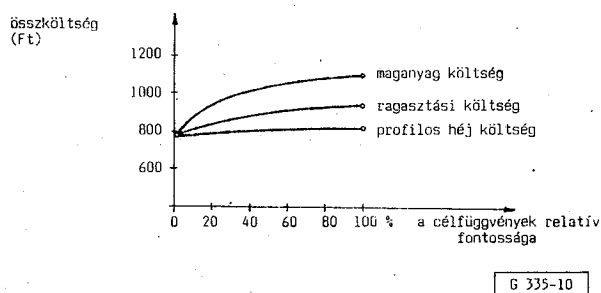
Értékelés

A konkrét szendvicstartótól elvonatkoztatva a
szerkezetípust jellemző tulajdonságokra, a kö-
vetkezőket lehet megállapítani: a profilos tartók
analízis fázisa szerint számítással és méréssel jól
követhető a szerkezet statikus és dinamikai
viselkedése. A szendvicstartó megadja azt a
lehetőséget, hogy statikusan merev és jó rezgés-
csillapító elemként kerülhessen beépítésre konkrét
szerkezeteknél. Természetesen a felhasznált anya-
goktól és méreteitől jelentősen függ a viselkedése,
amelyet a konkrét statikai és dinamikai igények-
hez (pl. rezgési frekvencia) kell igazítani.

A feltételek közül leggyakrabban a rezgés-
csillapítási, nyírófeszültséghorpadási, továbbá a

A programrendszer futási eredményei

	x(1)	változók x(2) x(3) mm	x(4)	tartó összköltség Ft	Al-profil térfogata 10 ⁶ mm ³	mag- térfogat 10 ⁵ mm ³	ragasztási felület 10 ⁵ mm ²
1 cél	60	2	40	14	780	1,15	1,2
2 cél	50	2	40	29	810	1,03	1,2
3 cél	65	3	45	5	1 104	1,87	1,35
4 cél	65	3	25	30	943	1,51	0,75
min-max globál 1	75	3	35	8	1 083	1,87	1,05
exp: 1	80	3	35	5	1 112	1,96	1,05
exp: 2	75	3	25	22	1 003	1,69	0,75
globál 2	75	3	35	8	1 083	1,87	1,05
exp: 3	75	3	35	8	1 083	1,87	1,05
súlyozott min-max							
w ₁ =0,7; w ₂ =0,1	50	3	50	11	1 078	1,69	1,5
w ₂ =0,7; w ₃ =0,1	50	3	45	13	1 023	1,6	1,35
w ₁ =0,7; w ₄ =0,1	70	3	40	6	1 092	1,87	1,2
w ₄ =0,7; w ₃ =0,1	75	4	25	15	1 235	2,2	0,75
súlyozott globál							
w ₁ =0,7; w ₂ =0,1	80	3	30	10	1 071	1,87	0,9
w ₂ =0,7; w ₃ =0,1	65	3	40	8	1 059	1,78	1,2
w ₃ =0,7; w ₄ =0,1	75	3	35	7	1 077	1,87	1,05
w ₄ =0,7; w ₃ =0,1	75	3	30	12	1 035	1,78	0,9
egyszerű súlyozás							
99;0,1;1;1	70	4	30	12	1 248	2,2	0,9
normált súlyozás							
w ₁ =0,7; w ₂ =0,1	65	3	40	7	1 053	1,78	1,2
w ₂ =0,7; w ₃ =0,1	60	2	40	18	804	1,15	1,2
w ₄ =0,7; w ₃ =0,1	75	3	25	22	1 003	1,69	0,75
w ₃ =0,25	70	3	40	5	1 086	1,87	1,2



10. ábra. A tartó összköltségének változása

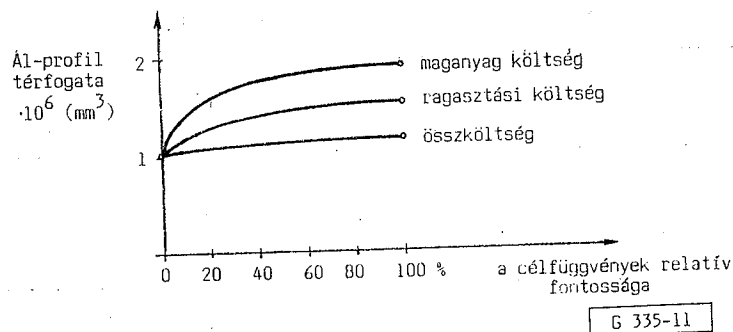
profiloknál a gerinc- és övlemezhorpadási feltételek voltak aktívak, valamint időnként a méretkorlátozási feltételek közül a profilvastagság és a maganyagvastagság alsó korlátai.

A lehajláskorlátozási feltételt szigorítva: ha az aktívvá válik, akkor a horpadási feltételek általában már nem aktívak, mivel nagyobb inercianyomaték szükséges. Még nagyobb rezgéscsillapító képességű maganyag alkalmazásával a rezgés-csillapítási feltétel aktív jellegét elveszitheti és tovább csökkenhet a tartó összköltsége is.

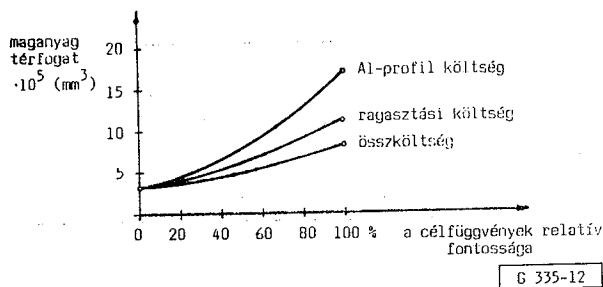
A számítógépi eredmények felhasználásával fel-tárható a költségtényezők hatása az összköltsé-gekre (10. ábra). Látható, hogy az egyes költsé-
tényezők figyelembevételével optimált tartó nagyobb költségű, mint az összköltség optimuma. Különösen a mag költségcsökkentése okoz jelentős összköltség-növekedést.

Az 11. ábra az alumíniumprofilok térfogatának (költségének) változását mutatja, a többi cél-függvény szerint. Látható, hogy az Al-profiloknál szintén a maganyag költségcsökkenése (keske-nyebb és vékonyabb) a legfőbb költségnövelő. Az összköltség hatása pedig elhanyagolhatóan kicsi.

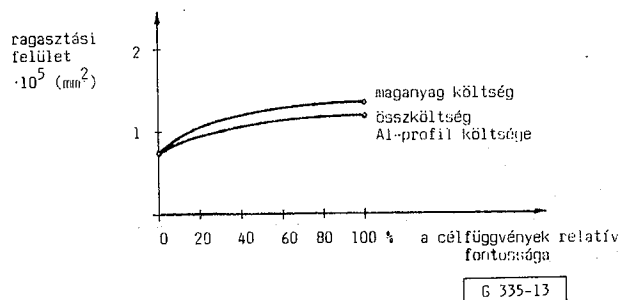
A maganyagnál a legnagyobb a relatív térfogat-(költség-) változás az egyes esetekben (12. ábra). Ebben az esetben is mutatkozik a héj és a mag közötti szoros kapcsolat, ami természetesen is, mivel a szükséges inercianyomatéknak meg kell lennie, és az egyik komponens csökkenése a másik növekedését vonja maga után. A maganyag költsége több mint ötszörösére növekedhet az Al-profilok költségcsökkenésével. A ragasztási költség több mint háromszoros, az összköltség



11. ábra. Az Al-profil térfogatának változása



12. ábra. A maganyag térfogatának változása



13. ábra. A ragasztási felület változása

pedig közel két és félszeres növekedést idéz elő a maganyagköltségnél.

Végül a ragasztási (felületelőkészítési) költség változását a 13. ábra mutatja. Érdekes, hogy a ragasztási költségre is legjobban a maganyagköltség hat, pedig a két költségnél ugyanazon felület-nagyság-tényező szerepel.

A méretekből esetleg indokolatlannak tűnő eltérések adódhatnak a diszkretizálásból, a lépésméret a profilmagasságnál 5 mm, a profilvastagságnál 1 mm, a profilszélességnél 5 mm, és a maganyag-vastagságnál 1 mm. További ok lehet a rezgéscsillapítási feltétel, amely a változók rendkívül bonyolult függvénye, így a hatása kevésbé követhető.

Látható továbbá a különböző súlyozások áttekintésével, hogy jelentős méretkülönbségek esetében is a tartó költsége közel azonos szinten mozog.

További szerkezetek gazdaságos méretezése is elvégezhető az ismertett programrendszerrel [12].

IRODALOM

- [1] Jármai K.: Interaktív döntés segítő programrendszer gazdaságos fémszerkezetek méretezésére, alkalmazás futódaruhídnál. GÉP, 1988/8. 308—315. old.
- [2] Allen, H.G.: Analysis and design of structural sandwich panels. Pergamon Press, 1969. Oxford.

- [3] Grosskopf, P.—Winkler, Th.: Auslegung von GPK/Hartschaum Verbundwerkstoffen. Kunststoff 1973. Bd. 63. H. 12. pp. 881—888.
- [4] Jones, D.G.—Parin, M.L.: Technique for measuring damping properties of thin viscoelastic layers. Journal of Sound and Vibration 1972. Vol. 24. No. 2. pp. 201—210.
- [5] Ludwig Gy.: Gépek dinamikája. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1975. 511—526 old.
- [6] Markus, S.—Valáskova, O.: On eigenvalue boundary problems of transversely vibrating sandwich beams. Journal of Sound and Vibration, 1972. Vol. 23. No. 4. pp. 423—432.
- [7] Yin, T.P.—Kelly, T.J.—Barry, J.B.: Quantitative evaluation of Constrained-layer damping. Trans. ASME. Journal of Engineering for Industry. 1967. No. 11. pp. 773—784.
- [8] Oberst, H.: Über die Dämpfung der Biegeschwingungen dünner Bleche durch fest haftende Beläge. Akustische Beihefte, 1952. No. 4. pp. 181—194.
- [9] Frieze, P.A.: Behaviour and design of thin-walled rectangular hollow sections. Thin-walled structures. 1980. London, Granada. pp. 445—477.
- [10] Allen, H.G.: Optimum design of sandwich struts and beams. Plastics in building structures Conf. 1965. London. Pergamon Press. Oxford. pp. 201—209.
- [11] Markus, S.—Oravsky, V.—Simková, O.: Philosophy at optimum design of damped sandwich beams. Acta Technica CSAV, 1974. No. 6. pp. 647—661.
- [12] Jármai K.: Gazdaságos fémszerkezetek méretezése. Kandidátusi értekezés, NME. Miskolc, 1988. 187. old.